

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НАРОДЖУВАНOSTI

Стаття присвячена аналізу підходів до моделювання показників народжуваності. Розглянуті деякі специфічні моделі народжуваності, описано можливості їх практичного застосування.

The paper has been devoted to analyzing approaches for modeling fertility factors. Some specific models of fertility have been considered, described possibilities of their practical application.

Ключові слова: народжуваність, математична модель.

У складі базових умов соціально-економічного розвитку країни показники демографічної ситуації мають особливе значення.

Зростання чисельності населення, його якісний склад визначають рівень ефективності господарсько-трудової діяльності, продуктивності праці. З іншого боку, динаміка ефективності праці впливає на соціально-економічні результати, чисельність населення. Населення є головною продуктивною силою, а також споживачем матеріальних благ. Темпи та пропорції економічного розвитку країни, регіону, зокрема обсяги виробництва та споживання, їх зміни суттєво залежать від чисельності населення, його вікової, освітньої, професійної та соціальної структур, чисельності трудових ресурсів [1].

Демографія розглядає населення не тільки в статичі, але й в динаміці. Статистичні співвідношення на основі математичних і математично-статистичних рівнянь чи нерівностей пов'язують одні фактори з іншими. Закономірності демографічних процесів можна вивчати на основі математичних залежностей, що характеризують їх розвиток в часі.

Важливу роль для формування довго- і середньострокової стратегії соціально-економічного розвитку країни відіграють демографічні прогнози. Дані про чисельність і статеву-віковий склад населення лежать в основі визначення перспективних доходів і видатків держави, зокрема таких важливих складових, як фінансування пенсій, соціальних виплат, освітніх та медичних закладів тощо. Без глибоких демографічних обґрунтувань неможливо визначити і розмір доходної частини бюджету, яка залежить від чисельності робочої сили, рівня її економічної активності, освіти і кваліфікації.

Значний внесок у демографічне прогнозування було здійснено такими вітчизняними та закордонними вченими: Е. Араб-Огли, В. Ю. Андрієнко, Д. Боугом, А. Я. Боярским, Ж. Буржуа-Пішем, А.М. Єріною, У. Ізардом, Г. С. Кільдишевою, Е. Коулом, Е. М. Лібановою, Ф. Лорімером, Ф. Ноутстайном, О. В. Позняком, В.Г. Швецем, П. Є. Шевчуком та іншими.

Динаміка чисельності та складу населення характеризується значною мірою невизначеності; процеси народжуваності, смертності та міграції мають стохастичний характер. На їх перебіг впливає багато прихованих чинників, які складно виявити та кількісно виміряти. Звідси виникає необхідність широкого використання економіко-математичних методів в демографії і використання засобів електронно-обчислювальної техніки для всебічного удосконалення управління демографічними процесами країни [2].

Розглянемо використання методів математичного моделювання у прогнозуванні демографічних показників.

Одним із основних показників, які характеризують демографічну ситуацію, є показник народжуваності. Він характеризує інтенсивність відтворення населення. Для його прогнозування можна використати модифіковану динамічну модель В. М. Карпова:

$$\begin{cases} \frac{dY(t)}{dt} = c_1 \frac{dF_1(t)}{dt} + c_2 F_2(t) + c_3 \frac{dF_3(t)}{dt} + c_4 \frac{dF_4(t)}{dt} + (c_5 F_5 + c_5) \frac{dF_5(t)}{dt}, \\ t_0 \leq t \leq t_1, \end{cases}$$

де Y – кількість народжених;

F_1 – матеріальне положення сім'ї;

F_2 – кількість зареєстрованих шлюбів;

F_3 – якість охорони здоров'я (мається на увазі турбота про матір та дитину до і одразу після пологів);

F_4 – рівень забезпеченості дитячими дошкільними установами;

F_5 – якість житлових умов (житловий фонд);

c_i, c_{ij} – вагові коефіцієнти, які відображають вплив кожної зі складових моделі на результуючий

показник; зазвичай вони розраховуються на основі статистичних даних або визначаються експертним шляхом;

t_0, t_1 – моменти часу, що задають інтервал моделювання;

$Y(t_0)$ – початкове значення результуючого показника.

Вибір чинників обумовлений тим, що, з одного боку, вони є одними з найбільш впливових в даному випадку, а з іншого боку, вони мають кількісний вимір і відображені в статистичних збірниках України.

Наведена модель може бути використана як для відображення динаміки зміни показника кількості

народжених, так і для розрахунку ретроспективного та перспективного прогнозів.

Одним з класичних прикладів підбору вдалої математичної апроксимації народжуваності є трьохпараметрична (або п'ятипараметрична з урахуванням довільності вибору віку вступу до дітородного періоду і тривалості дітородного періоду) модель Романюка на основі кривої Персона, яка має вигляд [3]

$$B(\tau) = \Phi \cdot \frac{\left(1 + \frac{\tau}{a_1}\right)^{m_1} \left(1 - \frac{\tau}{a_2}\right)^{m_2}}{\int_{\alpha'}^{\beta'} \left(1 + \frac{\tau}{a_1}\right)^{m_1} \left(1 - \frac{\tau}{a_2}\right)^{m_2} d\tau}$$

з додатковою вимогою $\frac{m_1}{a_1} = \frac{m_2}{a_2}$.

Зробимо такі позначення: Φ – кількість народжених дітей (в продуктивний період), τ – вік матері, α – нижня границя дітородного періоду, β – верхня границя дітородного періоду, M – модальний вік матері, A – середній вік матері при народженні дитини. Тоді $\delta = \beta - \alpha$ – тривалість дітородного періоду; $\alpha' = \alpha - M$, $\beta' = \beta - M$ – верхня і нижня границі інтегрування.

Параметри апроксимації a_1 , a_2 , m_1 , m_2 розраховуються за формулами:

$a_1 = M - \alpha$ – має сенс вікового проміжку від початку дітородного періоду до модального віку матері;

$a_2 = \beta - M$ – має сенс вікового проміжку від модального віку матері до кінця дітородного періоду;

$$m_1 = \frac{(M - \alpha) \{ \delta - [2(A - \alpha)] \}}{\delta [(A - \alpha) - (M - \alpha)]}, \quad m_2 = \frac{[\delta - (M - \alpha)] \{ \delta - [2(A - \alpha)] \}}{\delta [(A - \alpha) - (M - \alpha)]}.$$

Оскільки при розв'язанні задачі оптимізації ми підбираємо значення чотирьох параметрів (модальний вік народжень, середній вік народжень, вік початку і кінця дітородного періоду), дана функціональна залежність з високою точністю описує віковий розподіл народжень у віці матері вище за модальний вік народжень. Як недолік даної моделі можна відзначити істотну залежність від вибору значення нижньої дітородної межі: для задовільної апроксимації доводиться обирати завищений вік початку дітородного періоду ($\alpha \geq 17$), при цьому народжуваність в молодшому віці не враховується.

Модель народжуваності Романюка має велике значення в історичній демографії для реконструкції вікового розподілу народжень за відомими інтегральними характеристиками народжуваності. На жаль, використання моделі в теоретичному аналізі ускладнюється через складний функціональний вигляд і відсутність чіткої інтерпретації функціональної залежності та її параметрів через біологічні і соціальні характеристики.

Вплив кількох факторів на динаміку або просторову варіацію певного демографічного показника, що вважається результативним, можна виразити за допомогою методів багатофакторного індексного аналізу [4]. Він також дає можливість оцінювати тенденції демографічного розвитку та вплив істотних факторів, котрі визначають напрямок і швидкість змін, а також просторову варіацію демографічних параметрів.

Побудова багатофакторних індексних моделей (БІМ) ґрунтується на визначенні результативного показника як добутку ряду факторів. Демографічні показники, які використовують для побудови БІМ – це переважно відносні та середні величини. Для правильної побудови таких моделей необхідно забезпечити відповідність факторних показників загальноприйнятій методиці розрахунку середніх і відносних величин. Найпростішим варіантом моделі є двофакторна, яка містить ендегенний і екзогенний показники. При цьому ендегенний показник визначають як інтенсивний фактор, а екзогенний – як екстенсивний. В БІМ належність факторів до інтенсивних або екстенсивних встановлюється відповідно до особливостей кожного конкретного взаємозв'язку між вміщеними у модель показниками. Для ґрунтованого факторного аналізу доцільно здійснити розчленування ендегенного та екзогенного факторів, що збільшує кількість факторних показників, проте при цьому потрібно дотримуватися правил логіки і враховувати причинно-наслідкові зв'язки між цими факторами.

Побудова багатофакторних індексних моделей демографічних показників має ґрунтуватися на об'єктивних взаємозв'язках між явищами та процесами з урахуванням їхнього якісного змісту, насамперед, на етапі формування вихідних мультиплікативних моделей, які формалізують зв'язки між результативними і факторними показниками. Оскільки багатофакторний індексний аналіз використовують для кількісного оцінювання впливу факторів на динаміку (індекси динаміки) або просторову варіацію (територіальні індекси) результативного показника за наявності функціональних причинно-наслідкових зв'язків, необхідно забезпечити, по-перше, логічне трактування суті взаємозалежних явищ і процесів, по-друге, повноту обліку особливостей таких взаємозв'язків.

Для виявлення факторів, які зумовлюють динаміку народжуваності, та оцінювання їхнього впливу в

абсолютному і відносному вираженнях на кількість народжених і загальний коефіцієнт народжуваності доцільно використати систему повних і неповних динамічних багатofакторних індексних моделей.

У найбільш агрегованому вигляді залежність динаміки народжуваності від інтенсивних і екстенсивних факторів можна описати двофакторними БІМ (ланцюговими та базисними) [5].

1. Повні двофакторні моделі: ланцюгова

$$\frac{N_i}{N_{i-1}} = \frac{K_{N_{(15-49)i}}}{K_{N_{(15-49)i-1}}} \cdot \frac{\bar{S}_{N_{(15-49)i}}}{\bar{S}_{N_{(15-49)i-1}}}$$

і базисна

$$\frac{N_i}{N_0} = \frac{K_{N_{(15-49)i}}}{K_{N_{(15-49)0}}} \cdot \frac{\bar{S}_{N_{(15-49)i}}}{\bar{S}_{N_{(15-49)0}}},$$

де N_i , N_{i-1} , N_0 – кількість народжених у звітному, попередньому і базисному роках;

$K_{N_{(15-49)i}}$, $K_{N_{(15-49)i-1}}$, $K_{N_{(15-49)0}}$ – коефіцієнти плідності (спеціальні коефіцієнти народжуваності) у звітному, попередньому і базисному роках;

$\bar{S}_{N_{(15-49)i}}$, $\bar{S}_{N_{(15-49)i-1}}$, $\bar{S}_{N_{(15-49)0}}$ – середньорічна кількість жінок у віці 15 – 49 років (репродуктивний контингент) у звітному, попередньому і базисному роках.

2. Неповні двофакторні моделі: ланцюгова

$$\frac{K_{N_i}}{K_{N_{i-1}}} = \frac{K_{N_{(15-49)i}}}{K_{N_{(15-49)i-1}}} \cdot \frac{d_{(15-49)i}}{d_{(15-49)i-1}}$$

і базисна

$$\frac{K_{N_i}}{K_{N_0}} = \frac{K_{N_{(15-49)i}}}{K_{N_{(15-49)0}}} \cdot \frac{d_{(15-49)i}}{d_{(15-49)0}},$$

де K_{N_i} , $K_{N_{i-1}}$, K_{N_0} – загальні коефіцієнти народжуваності у звітному, попередньому і базисному роках;

$d_{(15-49)i}$, $d_{(15-49)i-1}$, $d_{(15-49)0}$ – частка середньорічної кількості жінок у віці 15 – 49 років (репродуктивного контингенту) в загальній чисельності населення у звітному, попередньому і базисному роках.

До переваг методу можна віднести простоту розрахунків за ним. Серед недоліків слід відзначити відсутність явного врахування впливу соціальних та економічних чинників, які були описані вище.

Таким чином, нами розглянуті деякі специфічні моделі, які можна використати у демографічному прогнозуванні. Вибір конкретної моделі залежить від мети дослідження та показників, для яких розраховується прогноз.

Список використаних джерел

1. Лібанова Е. М. Людський розвиток регіонів України: аналіз та прогноз / Лібанова Е. М. – К. : Ін-т демографії та соціальних досліджень НАН України, 2007. – 328 с.
2. Позняк О. В. Методика демографічного прогнозування / О. В. Позняк, П. Є. Шевчук, В. С. Шишкін // Статистика України. – К. : Держкомстат України. – 2000. – Вип. 4. – С. 66 – 73.
3. Романюк А. І. Трьохпараметрова модель для прогнозування народжуваності / А. І. Романюк // Демографічні студії. – К. : Інститут економіки НАН України, 2001. – С. 215 – 228.
4. Андрієнко В. Ю. Статистичні індекси в економічних дослідженнях : [підручник] / Андрієнко В. Ю. – К. : [б.в.], 2004. – 117 с.
5. Кустовська О. В. Демографічний розвиток регіону (статистичний аналіз і моделювання) / Кустовська О. В. – Тернопіль : Економічна думка, 2008. – 326 с.